

ASOCIACION NACIONAL DE INGENIEROS AGRONOMOS
11. CONFERENCIA INTERNACIONAL DE MECANIZACION AGRARIA
13. FERIA TECNICA INTERNACIONAL DE LA MAQUINARIA AGRICOLA DE ZARAGOZA (ESPAÑA)

**COMUNICACION
A LA PONENCIA 1**

Selección de variedades
con vistas a una recolección mecanizada
de los productos hortícolas
a acondicionar o transformar

**APLICACION DE LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD
AL ESTUDIO DE LA RESISTENCIA DE FRUTOS**

Comunicantes:

Margarita RUIZ ALTISENT
Dr. Ing. Agrónomo

Jacinto GIL SIERRA
Ingeniero Agrónomo

Luis VAL MANTEROLA
Ingeniero Agrónomo

Departamento de Mecanización Agraria de la E.T.S.I.A.
MADRID
(España)

APLICACION DE LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD AL ESTUDIO DE LA RESISTENCIA DE FRUTOS

SINOPSIS

Para estudiar la resistencia de los frutos a la acción mecánica se han empleado frutos enteros, lo que puede hacerse aplicando la teoría de contacto de Hertz. Se han determinado el módulo de elasticidad aparente del albaricoque ($4,1$ a $12 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$) melocotón ($2,6$ a $5,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$) y tomate ($0,8$ a $2,36 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$). En los ensayos

de impacto, los valores calculados han resultado inferiores a los reales, pero siguen una evolución semejante. Se deduce que con ensayos sistemáticos de este tipo pueden hallarse las condiciones en que estos daños sean mínimos a lo largo del proceso de recolección y manipulación mecánicas.

APPLICATION DE LA THEORIE DE L'ELASTICITE A L'ETUDE DE LA RESISTANCE DES FRUITS

RESUME SYNOPTIQUE

Pour étudier la résistance des fruits à l'action mécanique, on a utilisé des fruits entiers, ce que l'on peut faire en appliquant la théorie du contact de Hertz. On a déterminé le module d'élasticité apparente de l'abricot ($4,1$ à $12 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$), de la pêche ($2,6$ à $5,2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$) et de la tomate ($0,8$ à $2,36 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$). Lors des essais

d'impact, les valeurs calculées se sont révélées être inférieures aux réelles, mais elles suivent une évolution identique. On en déduit qu'avec des essais systématiques de ce type, on peut trouver les conditions pour lesquelles ces dommages sont minimales tout au long du processus de récolte et de manipulation mécaniques.

APPLICATION OF THE THEORY OF ELASTICITY TO THE STUDY OF RESISTANCE OF FRUITS

SYNOPSIS

To study the fruit resistance to mechanical action, whole fruits have been used, which can be done by applying the contact theory from Hertz. The apparent elasticity module has been determined on the apricot (4.1 to $12 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$), peach (2.6 to $5.2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$) and tomato (0.8 to

$2.36 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$). On the impact tests, the estimated values resulted inferior to the actual ones, though they follow a similar evolution. It has been derived that through systematic tests of this kind, we could find the conditions in which these damages will be minimum along the mechanical harvesting and handling processes.

APLICACION DE LA TEORIA DE LA ELASTICIDAD AL ESTUDIO DE LA RESISTENCIA DE FRUTOS

Por: Margarita RUIZ ALTISENT,
Jacinto GIL SIERRA y
Luis VAL MANTEROLA

1. Introducción

En el ámbito de la investigación y desarrollo de la maquinaria para recolección y manipulación de frutos y hortalizas (sin olvidar otros productos agrícolas, como los granos de cereales) adquiere gran importancia la caracterización física de los mismos. Pueden conseguirse resultados empíricos muy útiles sobre la resistencia de un determinado producto a los esfuerzos a que se le somete en el curso de su recolección y manipulación, pero si se quiere tener una explicación científica del comportamiento del producto que permita una actuación para mejorar los resultados, es necesario conocer las propiedades mecánicas básicas del producto.

Los ensayos más sencillos que se pueden efectuar sobre materiales biológicos sólidos son los ensayos de compresión, ya sea comprimiendo el material intacto o usando probetas. En nuestros ensayos se ha optado por comprimir frutos enteros y usar fórmulas complejas, mejor que hacer probetas cilíndricas y usar fórmulas sencillas.

La aplicación de la teoría de Hertz sobre el contacto estático y dinámico entre dos cuerpos elásticos proporciona interesantes resultados que ya han sido aplicados por los investigadores en algunos casos.

2. Compresión estática de los cuerpos convexos.

2.1. Base teórica. (Timoshenko y Goodier, 1968).

Hertz estudió en 1896 el contacto entre dos cuerpos isotrópicos elásticos. Se centró en los siguientes puntos:

- Forma de la superficie de presión.
- Magnitud de la curva de presión.
- Distribución de las presiones normales sobre la superficie de presión.
- Magnitud de la presión máxima.
- Aproximación de los centros de ambos cuerpos o deformación conjunta.

Hizo las siguientes hipótesis:

1. El material de los dos cuerpos en contacto es homogéneo.
2. Las cargas aplicadas son estáticas.
3. Se cumple la ley de Hook, lo que puede suponerse en condiciones de cargas pequeñas.

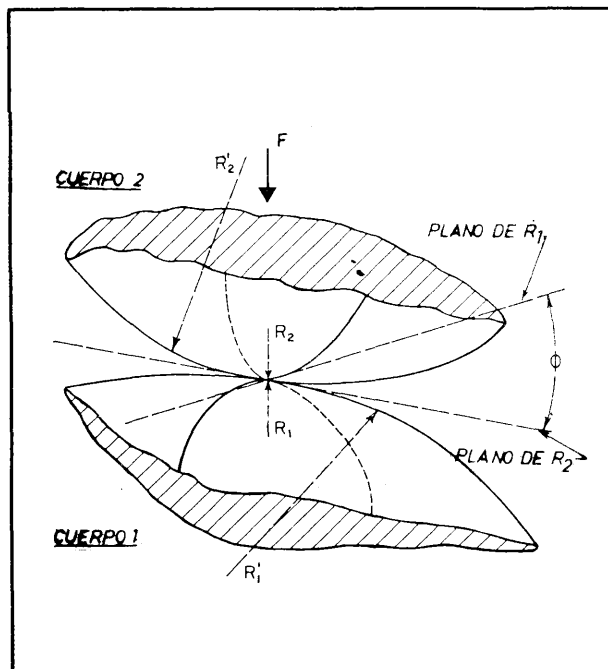
4. Las tensiones son nulas en los extremos opuestos de ambos cuerpos, es decir, se consideran semiinfinitos.
5. Los radios de curvatura de los cuerpos son muy grandes respecto a la superficie de contacto.
6. En la superficie de contacto entre los cuerpos no hay fuerzas tangenciales.

La figura 1 muestra el caso general de dos cuerpos, 1 y 2, con radios de curvatura mínimo y máximo en el punto de contacto R_1 y R'_1 para el cuerpo 1 y R_2 y R'_2 para el cuerpo 2, que son comprimidos con una fuerza F .

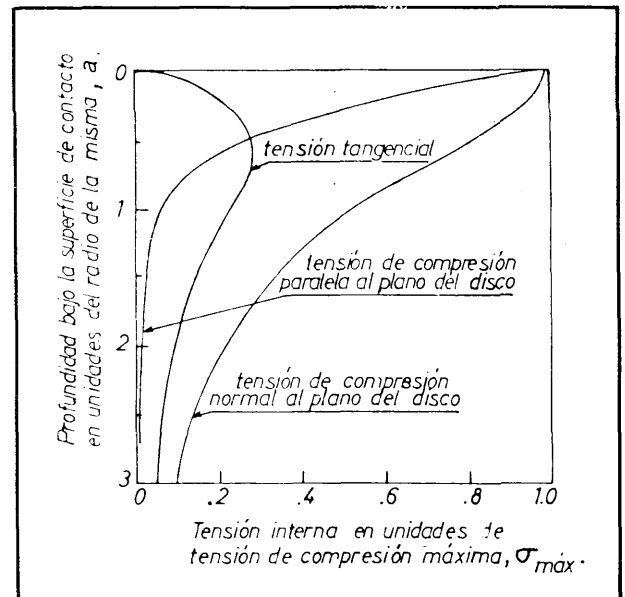
Las fórmulas que se basan en la teoría de Hertz sirven para calcular la superficie de contacto, las tensiones máximas de compresión en dicha superficie y la deformación conjunta de los cuerpos.

Las fórmulas que nos interesa constatar, por ser usadas a continuación en el presente trabajo son:

$$D = K/2 \left[\frac{9 F^2 A^2}{2} (1/R_1 + 1/R'_1 + 1/R_2 + 1/R'_2) \right]^{1/3}$$



1. Problema de Hertz para dos cuerpos convexos en contacto (Mohsenin, 1970).



2. Distribución de las tensiones en el interior de una esfera elástica (coeficiente de Poisson 0,49) sometida a compresión por un disco plano. Las tensiones son las correspondientes al eje vertical que pasa por el centro de la zona de contacto (Fridley, 1968).

$$\text{Siendo } A = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}$$

- D Deformación conjunta de ambos cuerpos.
 F Fuerza de compresión entre los cuerpos.
 μ_1 Coeficiente de Poisson del cuerpo 1.
 μ_2 Coeficiente de Poisson del cuerpo 2

- E₁ Módulo de elasticidad del cuerpo 1
 E₂ Módulo de elasticidad del cuerpo 2.

K es un coeficiente que depende de los radios de curvatura en el punto de contacto y del ángulo \emptyset entre los planos normales que contienen las curvaturas principales; este valor se obtiene de una tabla calculando primero el valor $\cos T$:

$$\cos T = \frac{[(1/R_1 - 1/R'_1)^2 + (1/R_2 - 1/R'_2)^2 + 2(1/R_1 - 1/R'_1)(1/R_2 - 1/R'_2) \cos 2\emptyset]^{1/2}}{(1/R_1 + 1/R'_1 + 1/R_2 + 1/R'_2)}$$

cos T	0	0,0200	0,0400	0,0600	0,0800	0,1000	0,1200	0,1400	0,160
K	1,3514	1,3512	1,3507	1,3502	1,3494	1,3484	1,3469	1,3453	1,343

En el caso de que una de las superficies en contacto sea plana ($R_2 = R'_2 = \infty$) o esférica ($R_2 = R'_2$), las fórmulas anteriores quedan notablemente simplificadas.

La distribución de las tensiones en el interior de los cuerpos en contacto se observa en la figura 2, para el caso de una esfera elástica de coeficiente de Poisson 0,49.

La tensión de compresión es máxima en la superficie y se hace despreciable a una profundidad de 3 veces el radio de la superficie de contacto.

La tensión cortante máxima se localiza a una profundidad de 0,5 veces dicho radio. En ensayos realizados con diversos frutos (manzanas, melocotones) se ha observado que el inicio de la magulladura se produce a esa profundidad, lo que destaca la importancia de estas tensiones cortantes, Shigley (1963).

2.2. Aplicación a la determinación del módulo de elasticidad de los frutos.

Para efectuar los ensayos se dispone de un aparato capaz de medir fuerzas y deformaciones ya usado en otras investigaciones (Ruiz Altisent 1975) (figura 3), el cual consta de: una plataforma móvil que puede ascender a velocidad regulable; un dinamómetro con un elemento de ensa-

yo, plano o esférico, en su parte inferior, sobre el que se comprimen los frutos; una regla graduada provista de una lupa para medir las deformaciones D producidas en los frutos como consecuencia de las fuerzas aplicadas F.

El método operativo consiste en colocar el fruto sobre la plataforma, ascender hasta que entra en contacto el fruto con el elemento bajo el dinamómetro, y hacer lecturas de varios pares de valores F, D, separados un cierto intervalo, sin sobrepasar una fuerza de 1 kg. ni una deformación de 3 mm. Bajo el dinamómetro colocaron tres elementos de compresión: disco plano, esfera de 15 mm. de radio y esfera de 6,5 mm. de radio.

Se ensayaron tres especies de frutos: albaricoque, melocotón y tomate, haciéndose tres ensayos de cada especie con cada elemento de compresión. Los frutos eran colocados en la plataforma elevadora sobre un anillo de material plástico perfectamente ajustado al fruto para cumplir con la hipótesis establecida de que los frutos son cuerpos semiinfinitos. Antes de realizar la compresión se obtenían los radios de curvatura mínimo y máximo R_1 y R'_1 .

Para cada par de valores fuerza-deformación de cada fruto se obtiene un valor de su módulo de elasticidad, este valor era anormalmente alto en el primer o dos primeros pares de valores, debido sobre todo a irregularidades en la superficie del fruto, pero después se obtiene un valor casi constante, que se muestra más adelante.

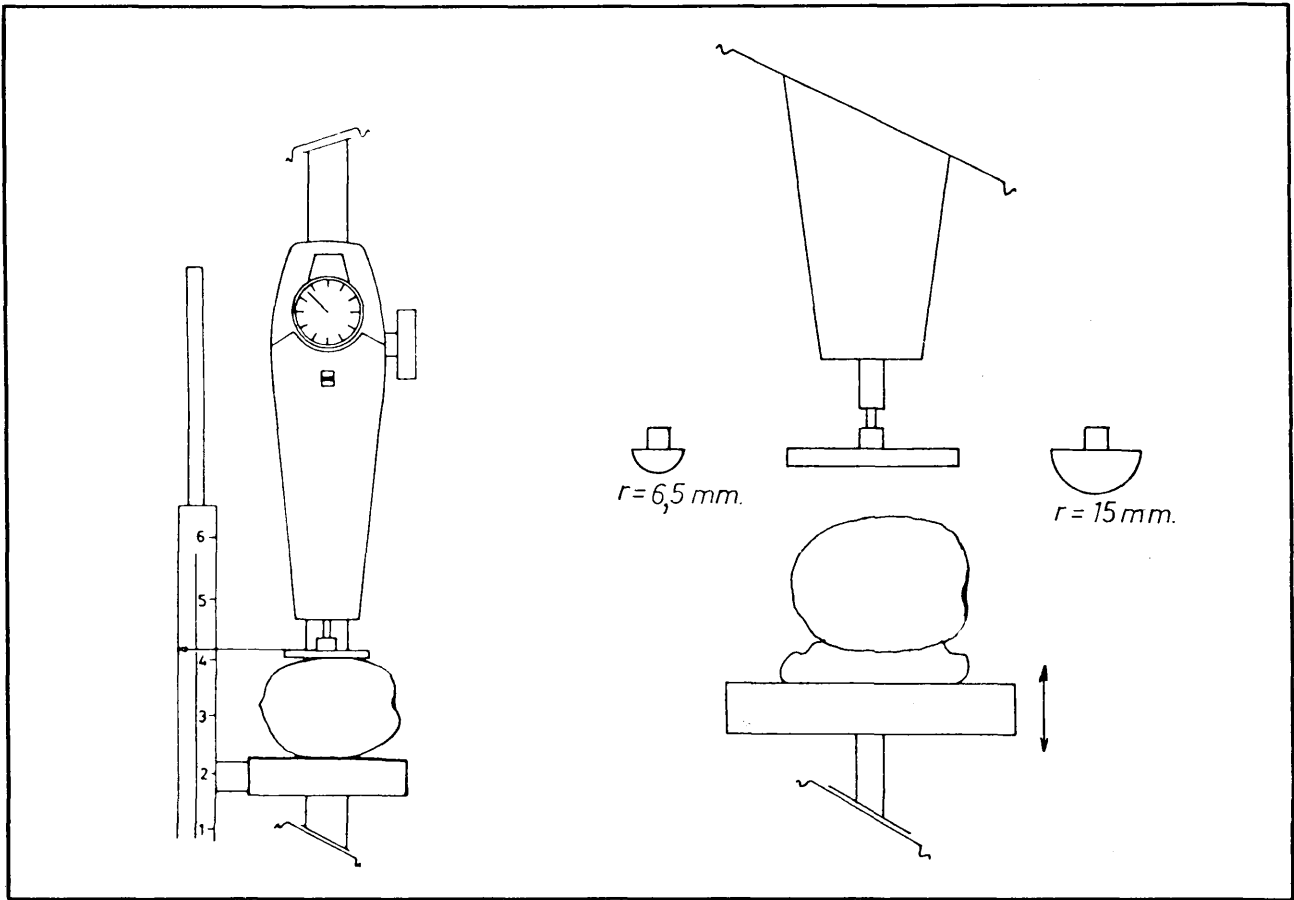
Para los frutos se ha supuesto un coeficien-

te de Poisson $\mu_1 = 0,49$, (Mohsenin 1970, Horsfield, Fridley y Claypool, 1970) y dado que la superficie metálica colocada bajo el dinamómetro tiene un elevado valor de su módulo de elasticidad respecto al de los frutos, se supone $E_2 = \infty$

El resumen de los resultados obtenidos es el siguiente:
 La figura 4 representa los valores F-D obtenidos al comprimir cada fruto contra cada uno de los tres elementos de compresión; para mayor

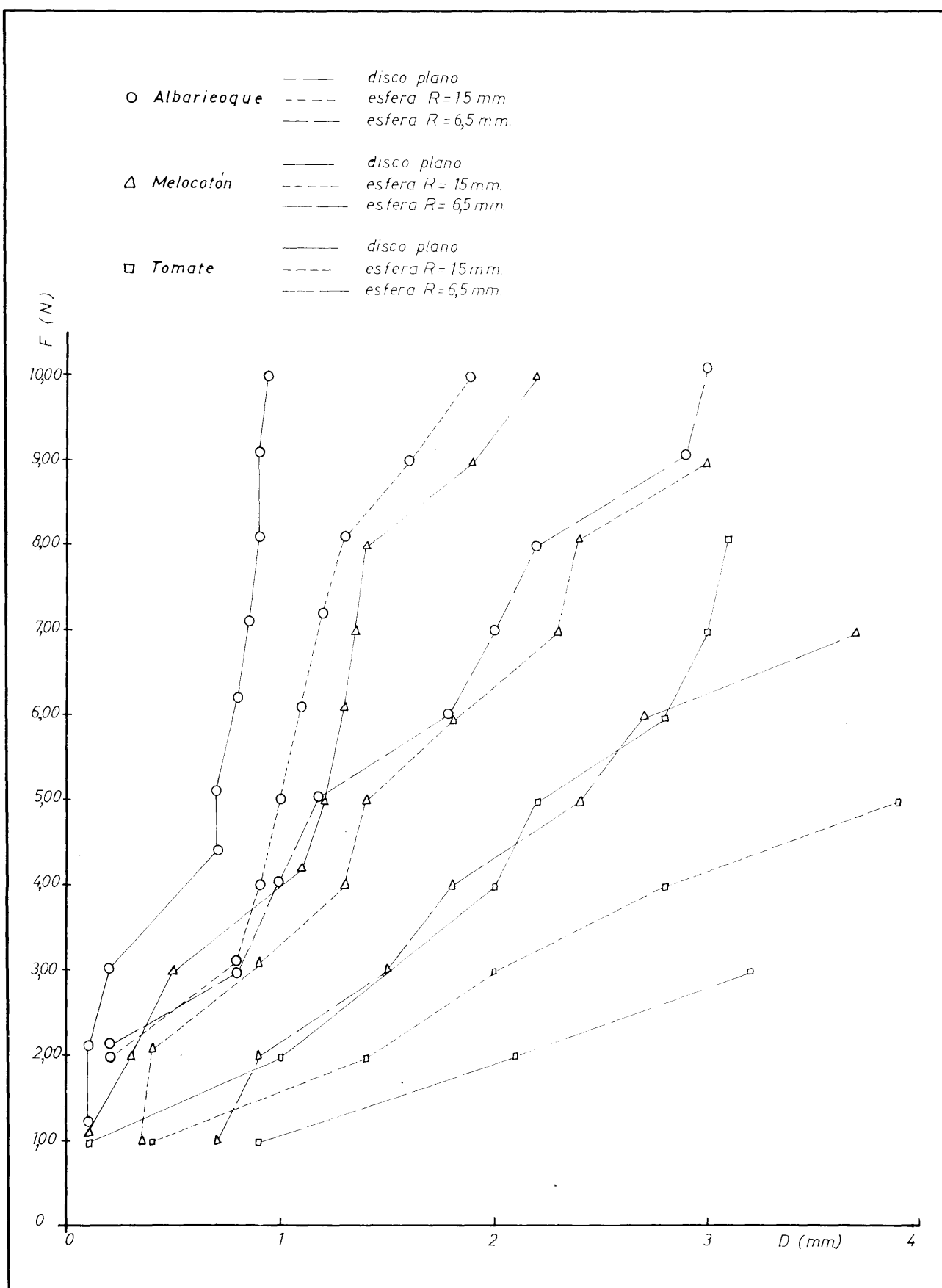
claridad sólo se muestra una curva de cada caso, en cada fruto y para una misma fuerza de compresión la deformación aumenta al disminuir el radio de la superficie de compresión. En los tramos finales de cada línea se observa una pendiente mayor debido a la relajación de la tensión en los materiales viscoelásticos.

Se observa que el módulo de elasticidad de los albaricoques ensayados es más alto que el de los melocotones y éste es más alto que el de los tomates.



3. Dinamómetro para la determinación de la relación fuerza-deformación de los frutos y los tres elementos de ensayo utilizados.

TABLA DE MODULOS DE ELASTICIDAD E CALCULADOS (x10 ⁵ N/m ²)									
	Disco plano			Esfera R = 15 mm.			Esfera R = 6,5 mm.		
Albaricoque	7	12	9,5	9,5	7,5	4,8	4,1	7	—
Melocotón	3,9	2,6	2,4	5,2	4,6	4,5	3,8	2,6	—
Tomate	1,34	1,66	0,8	2,36	1,63	2,14	1,9	2	1,65



4. Valores de fuerza y deformación para las tres especies de frutos y los tres elementos de ensayo.

En cada especie de fruto no se observa una marcada diferencia por haber realizado el ensayo de compresión con disco plano o esfera, los valores son de un orden de magnitud tal que pueden considerarse correctos dado su semejanza con los obtenidos por otros investigadores. Según el grado de madurez que se apreciaba en cada fruto, había una relación menor módulo de elasticidad-mayor grado de madurez.

3. Impacto elástico.

3.1. Base teórica

El estudio del impacto entre dos cuerpos es una extensión de la teoría de Hertz sobre el contacto entre dos cuerpos convexos, Timoshenko y Goodier (1958), Moshenin (1970).

Se dan las ecuaciones que expresan la deformación máxima, el tiempo de duración del impacto y la tensión máxima.

Deformación máxima:

$$D_{\max} = \left[\frac{15V^2 A m_1 m_2}{16 (m_1 + m_2)} \right]^{2/5} \left[\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right]^{1/5}$$

Tiempo de duración del impacto:

$$t = 4,53 \left[\frac{A m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} \right]^{2/5} \left[\frac{R_1 + R_2}{V R_1 R_2} \right]^{1/5}$$

Tensión normal máxima

$$\sigma_{\max} = 0,2515 \left[\frac{\pi^4 V^2}{A^4} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right)^3 \right]^{1/5}$$

Radio de la superficie de presión:

$$a = \left[\frac{15V_1^2 A}{16} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)^{1/5} \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^{2/5} \right]$$

En el caso particular $R_1 = \infty$ $m_2 = \infty$

$$D_{\max} = \left[\frac{15V^2(1-\mu^2)m_1}{16 \sqrt{R_2} E} \right]^{2/5} \quad (1)$$

$$t = 4,53 \left[\frac{(1-\mu^2) m_1}{E 12 \sqrt{R_2} V} \right]^{2/5} \quad (2)$$

$$\sigma_{\max} = 0,2515 \left[\frac{E^4 \pi^4 V^2 m_1}{(1-\mu^2)^4 R_2^3} \right]^{1/5} \quad (3)$$

$$a = \left[\frac{15V^2 (1-\mu^2)m_1}{16 \cdot E} R_2 \right]^{1/5} \quad (4)$$

$$\text{Siendo } A = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}$$

V = velocidad relativa entre ambos cuerpos.

m_1 = masa del cuerpo 1

m_2 = masa del cuerpo 2

μ = coeficiente de Poisson del fruto = 0,49

E = módulo de elasticidad del fruto.

3.2. Principales causas de la aparición de daño.

En el impacto entre dos cuerpos éstos están en contacto un cierto período de tiempo a lo largo del cual, la tensión de compresión que hay entre ellos comienza en cero, sube hasta un cierto valor máximo y vuelve a bajar a cero. Para predecir la aparición de daño en el fruto que sufre un impacto es necesario conocer la influencia de los principales parámetros: tiempo de duración, tensión máxima y forma de la curva de tensión.

Mohsenin y Goehlich (1962) sugirieron que para que apareciera daño era necesario que la tensión fuese superior a un cierto valor umbral durante un cierto tiempo. Hammerle y Mohsenin (1966) establecieron que la energía total absorbida y la duración del impacto eran las causas más importantes del daño. Fluck y Ahmed (1973) encontraron que al aumentar la altura de caída de una masa sobre el fruto disminuye la duración del impacto y aumenta la tensión máxima; existían diferencias entre las curvas de impacto cuando se producía y cuando no se producía daño; cuando no aparecía daño la curva de tensión era redondeada en la zona de la tensión máxima mientras que cuando aparecía daño el pico de tensión tenía una zona constante, a modo de meseta. Esto pone de manifiesto una deformación plástica del producto.

3.3. Aplicación al ensayo de algunos frutos.

Se hicieron dos tipos de ensayos: caída de una masa sobre el fruto y caída del fruto sobre una superficie plana.

Para la caída de una masa sobre el fruto se utilizó un péndulo de ensayo (Ruiz Altisent, 1975) (figura 5) con las siguientes características:

- Masa del extremo = 425 gr.
- Distancia del centro de giro al centro de impacto = 44,3 cm.
- Energía de impacto para un ángulo θ $E = 1,666 \text{ sen } \theta$ (N.m).

En cada fruto ensayado se dejaba caer el péndulo desde un cierto ángulo sobre dos posiciones del fruto giradas 90° . En el disco de acero de la parte inferior del péndulo se aplicaba algún sistema de marcado (tinta china, polvos de talco) para poder determinar la superficie de contacto.

Para apreciar el daño en profundidad se mantenían los frutos a temperatura ambiente ($\approx 20^\circ$) durante 24 horas, y entonces se seccionaba el fruto por la zona impactada. La gravedad del daño se calificaba subjetivamente.

En la obtención de los valores de los parámetros del impacto se utilizó el valor del coeficiente de Poisson $\mu = 0,49$, y de los módulos de elasticidad

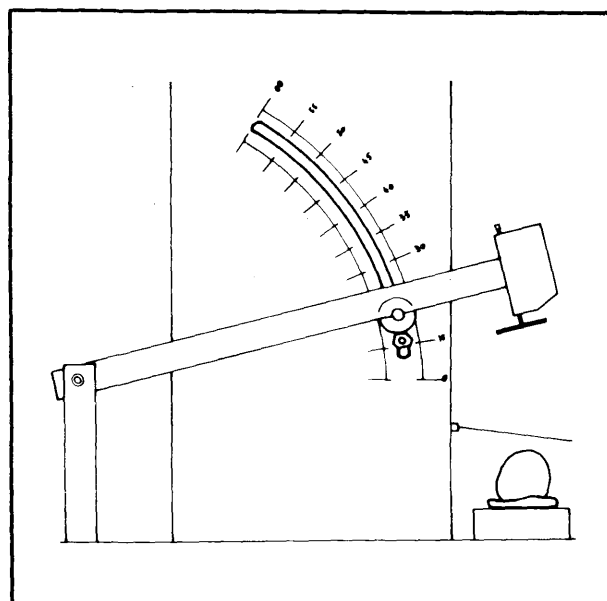
$E = 7.10^5 \text{ N/m}^2$ para el albaricoque

$E = 3,8.10^5 \text{ N/m}^2$ para el melocotón obtenidos con el ensayo estático, y

$E = 48.10^5 \text{ N/m}^2$ para la manzana obtenido de la biliografía.

La masa de los frutos se considera infinita al estar apoyados y rodeados de materiales plásticos en su base.

Para comprobar la validez de esta teoría del impacto se compararon los datos experimentales



5. Péndulo para el ensayo de la resistencia de frutos a impactos.

del radio de la superficie de contacto con los obtenidos por medio de la ecuación (4):

$$\frac{\text{Radio de la superficie de contacto (mm)}}{a_t = \text{radio teórico; } a_{\text{exp}} = \text{radio medido en el ensayo}}$$

La figura 6 muestra estos mismos datos pudiéndose comprobar que la superficie medida experimentalmente es significativamente menor que la calculada según la teoría, siendo esta diferencia mayor para el melocotón. Se observa, sin embargo, que ambas gráficas (experimental y teórica) crecen muy análogamente. Esto indica una diferencia sistemática que puede deberse a: 1º) absorción de parte de la energía del impacto por el soporte del fruto; 2º) diferencias entre los módulos de elasticidad real y teórico.

θ° Péndulo	Albaricoque		Melocotón		Manzana	
	a_t	a_{exp}	a_t	a_{exp}	a_t	a_{exp}
10	14,9	12,4	16,9	8,5	10,8	8,5
15	15,3	9,6	19	8	11,8	10
20	17,5	12,2	19,9	10	13,1	11
25	17,2	11,6	20,5	10,5	13,5	9,5
30	18,0	11	21,9	8,5	14	11
35	18,7	13	21,2	13,3	13,6	10,7
40	19,1	13,3	23,9	14	14,4	13

Al aplicar el resto de las fórmulas expuestas en 3.1. se obtienen los siguientes valores del tiempo de duración del impacto y de la tensión máxima.

θ° Péndulo	Tiempo del impacto $\times 10^{-3}$ s			Tensión máxima $\times 10^5$ N/m ²		
	Albaricoque	Melocotón	Manzana	Albaricoque	Melocotón	Manzana
10	16	20	7	2,8	1,7	12,0
15	16	19	7	3,3	1,7	12,9
20	15	19	7	3,1	1,8	12,7
25	15	18	7	3,5	1,9	13,4
30	15	18	7	3,6	2,0	13,9
35	14	18	7	3,6	2,2	15,5
40	14	17	7	3,7	2,2	15,1

Los daños apreciados fueron los siguientes:

θ° Péndulo	Albaricoque	Melocotón	Manzana
10	—	pequeño	grave
15	—	apreciable	grave
20	—	apreciable	grave
25	—	grave	muy grave
30	pequeño	muy grave	muy grave
35	pequeño	muy grave	fruto desechable
40	apreciable	muy grave	fruto desechable

En el caso del albaricoque, se observó que el daño aparece con más frecuencia en la zona impactada, no debajo de la piel, sino más profundo, contra el hueso. Ello puede explicarse debido a que el tejido de la zona cercana al hueso es menos resistente que el exterior, lo que se relaciona con la forma de maduración de los albaricoques (de dentro hacia afuera).

En las otras dos clases de frutos (melocotón y manzana) el daño se localiza en la zona usual debajo de la piel.

A continuación, y para comparar con los resultados obtenidos en el ensayo de caída del fruto, se calculan las alturas de caída libre de los frutos sobre una superficie plana que hacen que la energía de impacto (Nm) sea la misma que la energía de impacto del péndulo sobre los frutos, para una masa media de éstos, determinada en los ensayos, de:

albaricoque	68,7 g.
melocotón	91,4 g.
manzana	130,2 g.

Angulo de posición del brazo del péndulo θ°	Altura de caída libre (cm)		
	Albaricoque	Melocotón	Manzana
10	43	32	23
15	64	48	34
20	85	64	45
25	104	79	55
30	124	93	65
35	142	107	75
40	159	119	84

En el ensayo de caída de los frutos sobre una superficie plana se colocan los frutos en el borde de una superficie o mesa y se dejan rodar para que caigan libremente sobre una superficie plana metálica. Sobre la superficie de caída se extiende una capa de polvos de talco para que el

fruto quede marcado en la zona que recibe el impacto.

Al cabo de 24 horas se secciona el fruto por la zona del impacto para comprobar los daños producidos; estos daños apreciados fueron:

Altura de caída (cm)	Daños apreciados		
	Albaricoque	Melocotón	Manzana
18	—	—	—
37	—	—	grave
55	—	pequeño	grave
74	—	apreciable	muy grave

10. Conclusiones

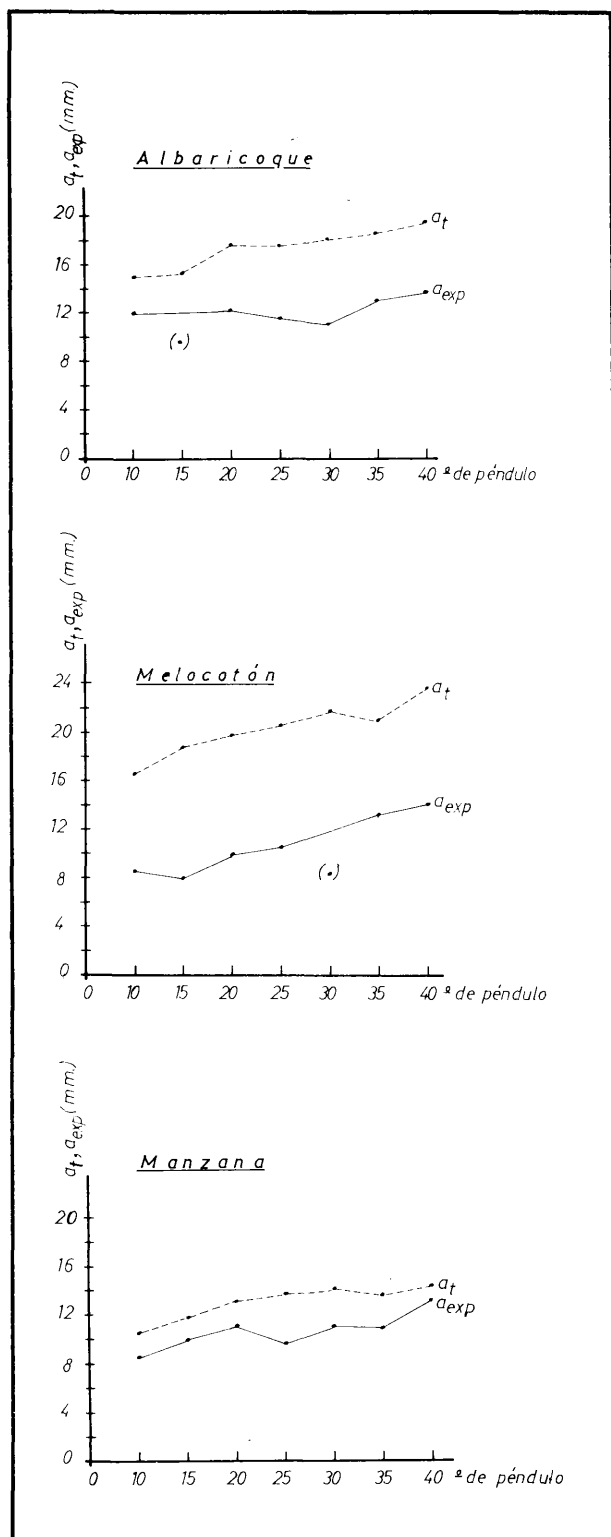
Las ecuaciones derivadas de la teoría de Hertz, tanto de compresión estática como de impacto elástico pueden aplicarse al estudio de la resistencia de frutos.

En los ensayos de compresión de frutos, las deformaciones deben ser del orden de 0,1 a 3 mm. para que den resultados fiables. La velocidad de aplicación de la carga, aunque pequeña, no debe serlo demasiado para minimizar el efecto de relajación de la tensión.

Los ensayos de impacto dan valores del tiempo de impacto y tensión máxima del mismo orden de magnitud que los obtenidos por Fluck y Ahmed (1973) utilizando acelerómetros piezo-eléctricos.

Los daños producidos al caer una masa sobre los frutos son semejantes a los producidos al caer los frutos desde una altura equivalente sobre una superficie, y así en albaricoque, que comienza a mostrar daños cuando la masa pendular cae desde una inclinación de 30° (124 cm) no presenta daños en la caída libre, siendo la máxima altura de caída 74 cm; el melocotón empieza desde una caída del péndulo de 10° (23 cm) y en caída libre daño grave desde 37 cm.

Es posible, pues, predecir los daños que va a presentar un fruto después de sufrir un determinado esfuerzo mediante ensayos de resistencia estáticos y dinámicos. Se pueden modificar las superficies sobre las que van a sufrir esfuerzos los frutos (cambiar de curvatura y material) para que estos esfuerzos no produzcan daños.



6. Valores de: a_t , teórico y a_{exp} , experimental, del radio de la superficie de contacto durante el impacto con el péndulo, para ángulos (energías) crecientes.

Bibliografía

1. Fluck, R.C. y E.M. Ahmed. "Impact testing of fruits and vegetables. Transactions of the ASAE 16(4): 660-666. 1973.
2. Hammerle, J.R. y N.N. Mohsenin. "Some dynamic aspects of fruit impacting hard and soft materials. Transactions of the ASAE 9(4):484-488. 1966.
3. Horsfield, B.C., R.B. Fridley y C.C. Claypool. "Application of theory of elasticity to the design of fruit harvesting and handling equipment for minimum bruising. ASAE Paper No. 70-811. 1970.
4. Mohsenin, N.N. "Physical properties of plant and animal materials. Vol. 1. Gordon and Breach. 1970.
5. Mohsenin, N.N. y H. Goehlich. "Techniques for determination of mechanical properties of fruit and vegetables as related to design and development of harvesting and processing machinery. J. Agr. Eng. Res. 7(4):305-317. 1962.
6. Ruiz Altisent M. "Propiedades físicas de las variedades de tomate para recolección mecánica. Serie Universitaria No. 46. Fundación Juan March. 1975.
7. Shigley J.E. Engineering design. McGraw-Hill. 1963.
8. Timoshenko, S. y J.N. Goodier. "Teoría de la elasticidad". Editorial Urmo. 1968.

Agradecimiento

Hemos de agradecer a D. WENCESLAO CANET, Ingeniero Agrónomo, su colaboración en la realización de parte de los ensayos.